Гранберг Александр Григорьевич.

Г77 Оптимизация территориальных пропорций народного хозяйства. М., «Экономика», 1973.

248 с.

В работе анализируются недостатки традиционных методов территориального планирования и размещения производительных сил, показываются преимущества применения экономико-математического моделирования в территориальном планировании. Автором разработаны модели оптимального размещения производства по экономическим районам страны, которые могут использоваться в плановых расчетах.

$Г \frac{0183-249}{011(01)-73}$ 37—73 33С3

Редакция литературы по методологии и организации народнохозяйственного планирования

$Г \frac{0183-249}{011(01)-73}$ 37—73

ПРИЛОЖЕНИЕ I

ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ УСЛОВНОГО ПРИМЕРА ПЛАНОВЫХ РАСЧЕТОВ НА ОСНОВЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ

Таблица П-1

Население и трудовые ресурсы
(млн. чел. в среднегодовом исчислении)
Б — базисный год, П — 10-й год, планового периода

	Район I		Район II		Район III		Итого	
	Б	П	Б	П	Б	П	Б	П
Население	50,0	54,4	45,0	50,4	25,0	29,7	120,0	134,5
Трудовые ресурсы — всего	27,0	29,0	24,0	26,7	14,0	16,4	65,0	72,1
Трудовые ресурсы в сфере материального производства	20,0	20,8	19,0	20,3	11,0	12,7	50,0	53,8

Таблица П-2

Коэффициенты материальных и трудовых затрат на производство продукции в базисном году

	Продукция			
	1	2	3	4
Район I Материальные затраты: 1 2 Трудовые затраты	 — 0,16 0,25	 0,25 0,25 0,06	 0,10 0,72 0,14	 0,40 0,20 0,14
Район II Материальные затраты: 1 2 Трудовые затраты	 — 0,20 0,20	 0,25 0,25 0,08	 0,10 0,80 0,17	 0,378 0,19 0,15

	Продукция			
	1	2	3	4
Район III				
Материальные затраты:				
1	—	0,25	0,10	0,45
2	0,20	0,25	0,90	0,20
Трудовые затраты	0,16	0,11	0,20	0,18

Таблица П-3

Затраты на единицу продукта 2, производимого за счет экстренных мероприятий по вводу мощностей в базисном году

Районы / Виды затрат	I	II	III
Материальные затраты:			
1	0,23	0,24	0,23
2	0,24	0,25	0,25
Трудовые затраты	0,10	0,12	0,15
Капитальные затраты	0,40	0,50	0,50

Таблица П-4

Коэффициенты трудовых затрат на производство продукции на старых мощностях в 10-м году планового периода

Продукция / Районы	1	2	3
I	0,20	0,045	0,11
II	0,15	0,06	0,13
III	0,10	0,06	0,14

Таблица П-5

Коэффициенты материальных, трудовых и капитальных затрат на производство продукции на новых мощностях

	Продукция			
	1	2	3	4
Район I				
Материальные затраты:				
1	—	0,20	0,09	0,35
2	0,15	0,23	0,60	0,18
Трудовые затраты	0,20	0,03	0,07	0,07
Капитальные затраты	2,0	0,4	0,8	×
Район II				
Материальные затраты:				
1	—	0,21	0,09	0,34
2	0,18	0,24	0,64	0,17
Трудовые затраты	0,10	0,03	0,08	0,08
Капитальные затраты	2,4	0,5	0,9	×
Район III				
Материальные затраты:				
1	—	0,21	0,09	0,40
2	0,17	0,24	0,70	0,19
Трудовые затраты	0,06	0,03	0,09	0,09
Капитальные затраты	1,8	0,6	1,1	×

Таблица П-6

Коэффициенты затрат транспорта на внутрирайонные и межрайонные перевозки

Связи районов / Продукты	I—I	I—II	II—I	II—II	II—III	III—II	III—III
Базисный год:							
1	0,1	0,5	0,45	0,1	0,543	0,744	0,14
2	0,01	0,025	0,02	0,01	0,03	0,035	0,012
10-й год планового периода:							
1	0,08	0,40	0,40	0,08	0,50	0,60	0,12
2	0,01	0,02	0,02	0,01	0,02	0,03	0,01

Таблица П-7

Непроизводственное потребление и накопление продукции

Районы и виды продукции	Материально-вещественная и территориальная структура потребления (%)		Потребление на душу населения в % к среднедушевому потреблению по стране	
	Б	П	Б	П
Район I				
2	34,0	32,5	94,8	95,5
3	6,0	6,0	102,6	92,6
Σ	40,0	38,5	96,4	95,1
Район II				
2	33,0	31,5	102,2	100,0
3	5,0	6,0	94,0	100,0
Σ	38,0	37,5	101,2	100,0
Район III				
2	19,0	20,0	106,0	108,2
3	3,0	4,0	102,6	113,7
Σ	22,0	24,0	105,6	109,1
Итого:				
2	86,0	84,0	×	×
3	14,0	16,0	×	×
Σ	100,0	100,0	×	×

Таблица П-8

Фиксированное конечное использование продукции

Район	Продукция	Накопление основных производственных фондов в базисном году	Прочее конечное потребление	
			Б	П
I	1	—	2,52	4,0
	2	—	4,58	6,0
	3	12	7,00	11,0
	Σ	12	14,10	21,0
II	1	—	3,3	4,0
	2	—	4,4	5,0
	3	9	4,0	7,0
	Σ	9	11,7	16,0

Продолжение

Район	Продукция	Накопление основных производственных фондов в базисном году	Прочее конечное потребление	
			Б	П
III	1 2 3 Σ	— — 5 5	3,41 1,48 2,00 6,89	4,0 2,0 4,0 10,0
Итого	1 2 3 Σ	— — 26 26	9,23 10,46 13,00 32,69	12,0 13,0 22,0 47,0

Таблица П-9

Коэффициенты трудовых и капитальных затрат по способам производства на новых мощностях

(К — капиталоемкий способ, Т — трудоемкий способ

	Районы и способы					
	I		II		III	
	К	Т	К	Т	К	Т
Продукт 1:						
Трудовые затраты	0,16	0,26	0,05	0,22	0,04	0,085
Капитальные затраты	2,2	1,6	2,6	2,0	2,0	1,5
Продукт 2:						
Трудовые затраты	×	0,035	×	0,06	0,025	×
Капитальные затраты	×	0,3	×	0,4	0,7	×

Таблица П-10

Население и трудовые ресурсы в 10-м году планового периода без учета миграции

(млн. чел. в среднегодовом исчислениии)

	Районы			Итого
	I	II	III	
Население	55,0	51,0	28,5	134,5
Трудовые ресурсы — всего	29,3	27,0	15,8	72,1
Трудовые ресурсы в сфере материального производства	21,0	20,5	12,3	53,8

ит неех Г ит мизн

Таблица II-11

Затраты на перемещение одного работника сферы материального производства в последнем году планового периода

	Межрайонная миграция		
	I—II	I—III	II—III
Вариант I:			
продукт 2	0,133	0,269	0,202
продукт 3	1,010	1,345	1,345
Σ	1,163	1,614	1,547
Вариант II:			
продукт 2	0,199	0,403	0,336
продукт 3	0,010	1,345	1,345
Σ	1,209	1,748	1,681
Вариант III:			
продукт 2	0,199	0,403	0,336
продукт 3	2,019	2,689	2,689
Σ	2,218	3,092	3,125

ПРИЛОЖЕНИЕ II

О МЕТОДЕ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ В МОДЕЛИ С ОПТИМИЗИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ РОСТА КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЙ

В § 6 главы II рассматривалась межотраслевая межрегиональная модель с оптимизируемыми параметрами роста капиталовложений. При постоянных ежегодных темпах прироста капиталовложений имеем:

$$u^T = (1+\rho)^T u^0, \qquad (1^0)$$

$$\sum_{t=1}^{T} u^t = \frac{(1+\rho)\left[(1+\rho)^T - 1\right]}{\rho} u^0. \qquad (2^0)$$

(Для упрощения обозначений индексы видов капиталовложений и регионов опускаем.)

Заменим нелинейные функции (1°) и (2°) кусочно-линейными функциями

$$u^T = u^0 \sum_{\mu} a_\mu \Delta\rho_\mu, \qquad (3^0)$$

$$\sum_{t=1}^{T} u^t = u^0 \sum_{\mu} b_\mu \Delta\rho_\mu, \qquad (4^0)$$

где μ — номер отрезка аппроксимации.

Пусть ε — длина каждого отрезка аппроксимации, тогда

$$a_\mu = (1+\mu\varepsilon)^T - [1+(\mu-1)\varepsilon]^T, \qquad (5^0)$$

$$b_\mu = \frac{(1+\mu\varepsilon)\,[(1+\mu\varepsilon)^T-1]}{\mu\varepsilon} - \frac{[1+(\mu-1)\varepsilon]\,\{[1+(\mu-1)\varepsilon^T]^T-1\}}{(\mu-1)\varepsilon}.$$

Кроме того, $0 \leqslant \Delta\rho_\mu \leqslant \varepsilon$.

Если $\hat{\mu}$ — максимальный номер, для которого $\Delta\rho_\mu > 0$, то искомая величина ρ находится по формуле

$$\rho = (\hat{\mu}-1)\varepsilon + \Delta\rho_{\hat{\mu}}. \qquad (6^0)$$

Введем обозначения переменных задачи, двойственной к задаче (II.1)—(II.2), (I.3)—(I.8):

v — оценка продукции (соответствует II.2),

w — оценка капиталовложений (соответствует II 1),

y_μ — оценка условия (5°).

Все эти оценки неотрицательны.

Покажем, что указанный способ аппроксимации позволяет решить исходную нелинейную задачу за один шаг с любой точностью, задаваемой величиной ε. Для этого достаточно доказать, что в оптимальный план задачи линейного программирования входят переменные $\Delta\rho_\mu$ только со смежными номерами, начиная с $\mu=1$.

Предварительное замечание. Хорошее свойство рассматриваемой задачи связано с тем, что функция $\varphi=(1+\rho)^T$ растет быстрее, чем функция

$$\chi = \frac{(1+\rho)\,[(1+\rho)^T-1]}{\rho}.$$

Например, отношение приростов функций χ и φ при увеличении ρ от 0,06 до 0,07 составляет 4,612, при увеличении ρ от 0,07 до 0,08 оно равно 4,491 и далее продолжает монотонно убывать (при $\Delta\rho=0{,}01$): 4,391; 4,286; 4,194 и т. д. Аналитически это свойство функций χ и φ выражается в том, что

$$\left(\frac{\chi'}{\varphi'}\right)' < 0\,[1].$$

Очевидно, что $\dfrac{b_\mu}{a_\mu} = \dfrac{\Delta\chi}{\Delta\varphi}$ при $\rho \in [(\mu-1)\varepsilon,\ \mu\varepsilon]$. В пределе (при $\varepsilon \to 0$) имеем $\dfrac{b_\mu}{a_\mu} = \dfrac{\chi'}{\varphi'}$. Это отношение монотонно уменьшается при увеличении μ.

Доказательство. Будем исходить из «типичных» свойств ОМММ: 1) оптимальные планы прямой и двойственной задачи существуют и единственны, 2) оценки v и w строго положительны.

Принимаем во внимание три качественно различных случая, когда оптимальное $\Delta\rho_\mu$ принадлежит концам или внутренности отрезка $[0, \varepsilon]$.

1. Если $0<\Delta\rho_\mu<\varepsilon$, то $\Delta\rho_{\mu-\eta}=\varepsilon$, $\Delta\rho_{\mu+\theta}=0$ (η и Θ — целые положительные числа, $\eta<\mu$).

Из условия двойственной задачи, соответствующего переменной $\Delta\rho_\mu$, находим:

$$u^0 b_\mu w - u^0 a_\mu v = 0,$$

---

[1] $\varphi' = T(1+\rho)^{T-1}$; $\quad \chi' = \left[\sum_{t=1}^{T}(1+\rho)^t\right]' = \sum_{t=1}^{T} t\,(1+\rho)^{t-1}$; $\quad \dfrac{\chi'}{\varphi'} = \sum_{t=1}^{T}\dfrac{t}{T}(1+\rho)^{t-T}$; $\quad \left(\dfrac{\chi'}{\varphi'}\right)' = \sum_{t=1}^{T}(t-T)\,\dfrac{t}{T}\,(1+\rho)^{t-T-1} < 0.$

откуда

$$\frac{v}{w}=\frac{b_\mu}{a_\mu}.$$

Предположим, что $\Delta\rho_{\mu-\eta}<\varepsilon$. Тогда из соответствующего условия двойственной задачи получим $\frac{v}{w}=\frac{b_{\mu-\eta}}{a_{\mu-\eta}}$. Но это невозможно, так как

$$\frac{b_\mu}{a_\mu}<\frac{b_{\mu-\eta}}{a_{\mu-\eta}}.$$

Предположим теперь, что $\Delta\rho_{\mu+\theta}>0$. Тогда

$$u^0 b_{\mu+\theta} w - u^0 a_{\mu+\theta} v - y_{\mu+\theta}=0,$$

$$\text{откуда } \frac{v}{w}\leqslant\frac{b_{\mu+\theta}}{a_{\mu+\theta}},$$

что также невозможно, так как

$$\frac{b_{\mu+\theta}}{a_{\mu+\theta}}<\frac{b_\mu}{a_\mu}.$$

2. Если $\Delta\rho_\mu=0$, то $\Delta\rho_{\mu+\theta}=0$.

В противном случае получаем из условий двойственной задачи два несовместных неравенства:

$$\frac{v}{w}\geqslant\frac{b_\mu}{a_\mu} \text{ и } \frac{v}{w}\leqslant\frac{a_{\mu+\theta}}{a_{\mu+\theta}}.$$

3. Если $\Delta\rho_\mu=\varepsilon$, то $\Delta\rho_{\mu-\eta}=\varepsilon$.

Предположим, что $\Delta\rho_{\mu-\eta}<\varepsilon$. Тогда $y_{\mu-\eta}=0$ и из условия двойственной задачи получаем несовместные неравенства:

$$\frac{v}{w}\leqslant\frac{b_\mu}{a_\mu} \text{ и } \frac{v}{w}\geqslant\frac{b_{\mu-\eta}}{a_{\mu-\eta}}.$$

Таким образом, доказано, что в оптимальный план ОМММ 1—2 с функциями капиталовложений (3°) и (4°) и дополнительными ограничениями (5°) входят переменные $\Delta\rho_\mu$ только со смежными номерами $\mu\geqslant 1$.